Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Уральский институт государственной противопожарной службы
Министерства Российской Федерации по делам гражданской обороны,
чрезвычайным ситуациям и ликвидации последствий стихийных бедствий»

Кафедра общеобразовательных дисциплин

МАТЕМАТИКА

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Специальность 20.02.05 Организация оперативного (экстренного)
реагирования в чрезвычайных ситуациях

Екатеринбург
2023

Математика [Текст] : методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся. Специальность 20.02.05 Организация оперативного (экстренного) реагирования в чрезвычайных ситуациях / сост. С. А. Худякова, Т. Б. Ванеева, – Екатеринбург : Уральский институт ГПС МЧС России, 2023. – 22 с.

Составители: Худякова С. А., начальник кафедры математики и информатики Уральского института ГПС МЧС России, кандидат педагогических наук;

Ванеева Т. Б., доцент кафедры общеобразовательных дисциплин КПУ Уральского института ГПС МЧС России, кандидат педагогических наук.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся предназначены для студентов, обучающихся по специальности 20.02.05 Организация оперативного (экстренного) реагирования в чрезвычайных ситуациях и составлены в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 20.02.05 Организация оперативного (экстренного) реагирования в чрезвычайных ситуациях, согласно рабочей программе дисциплины «Математика».

Методические рекомендации рассмотрены и одобрены на заседании кафедры общеобразовательных дисциплин от 08.09.2023 г. протокол № 1.

© Уральский институт ГПС МЧС России, 2023

СОДЕРЖАНИЕ

Введение 4
Виды самостоятельной работы по темам дисциплины 5
Степень с действительным показателем 5
Степенная функция 5
Показательная функция 5
Логарифмическая функция 6
Тригонометрические формулы 7
Тригонометрические уравнения 7
Тригонометрические функции 7
Производная и её геометрический смысл 8
Применение производной к исследованию функций 8
Первообразная и интеграл 12
Введение в стереометрию 13
Параллельность прямых и плоскостей 16
Перпендикулярность прямых и плоскостей 17
Многогранники 17
Векторы в пространстве 18
Метод координат в пространстве 18
Цилиндр. Конус. Шар 18
Объёмы тел 19

Введение

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся предназначены для студентов, обучающихся по специальности 20.02.05 Организация оперативного (экстренного) реагирования в чрезвычайных ситуациях и составлены в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 20.02.05 Организация оперативного (экстренного) реагирования в чрезвычайных ситуациях, согласно рабочей программе дисциплины «Математика».

Самостоятельная работа проводится с целью:

– систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся;

– углубления и расширения теоретических знаний;

– формирования умений использовать справочную и дополнительную литературу;

– формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

– аудиторная;

– внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на лекционных и практических занятиях под непосредственным руководством педагога и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется обучающимися по заданию педагога, но без его непосредственного участия.

Виды самостоятельной работы по темам дисциплины

В данном разделе методических рекомендаций приведены основные виды самостоятельной работы по темам курса дисциплины «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия», приведены типовые задания (задачи) для подготовки к практическим занятиям и контрольным мероприятиям.

Степень с действительным показателем

Выполнить задания по теме.

1. Найдите значение выражения 7^{a-b}, если $\frac{7^a+3\cdot 7^b}{7^a+7^b}=2$.
2. Сравните числа $3^{228\sqrt{11}}$ и $2^{342\sqrt{10}}$.
3. Найдите значение выражения $5^{2x}+5^{2y}+2^{5x}\cdot 5^y - 25^y\cdot 5^x$, если $5^x-5^y=3$, $x+y=3$.

Степенная функция

Выполнить задания по теме.

1. Решите уравнение:
   1) $\sqrt{(9-5x)(3-x)}=9-x$;
   2) $x-\sqrt{25-x^2}=1$;
   3) $\sqrt{\frac{5}{x-4}}=\frac{1}{2}$;
   4) $\sqrt{2x-15}-\sqrt{x+16}=-1$;
   5) $\sqrt{(1-x)(1+x)}=1-x$.
2. Решите неравенство:
   1) $x-\sqrt{25-x^2}\ge 1$;
   2) $\frac{(x-1)(4+2x)}{x^2+4}>0$;
   3) $\frac{\sqrt{x^2+3x}}{2x}+1{,}5\le\frac{\sqrt{4x^2-4x+1}}{-2x}$;
   4) $\sqrt{\frac{x^3+8}{x}}-x\ge 2$;
   5) $\sqrt{(x-1)^2+\frac{8}{x-1}}\le x+1$.

Показательная функция

Выполнить задания по теме.

1. Решите уравнение:
   1) $\left(\frac{1}{49}\right)^{x-5}=7$;
   2) $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1}+\left(\frac{1}{5}\right)^{x+1}=26$;

3) $2^{3x^2+3}=\left(\frac{1}{2}\right)^{-10x}$;

4) $2\cdot 3^{1+x}-5\cdot 9^{x-2}-81=0$;

5) $3^{2x}-30\cdot 3^{x}+81=0$.

2. Решите неравенство:

1) $\left(\frac{1}{49}\right)^{x-5}>7$;

2) $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1}+\left(\frac{1}{5}\right)^{x+1}\le 26$;

3) $2^{3x^2+3}<\left(\frac{1}{2}\right)^{-10x}$;

4) $2\cdot 3^{1+x}-5\cdot 9^{x-2}-81\ge 0$;

5) $3^{2x}-30\cdot 3^{x}+81>0$.

Логарифмическая функция

Выполнить задания по теме.

1. Найдите значение выражения:

1) $6^{3+\log_6 2}$;

2) $\frac{\log_6 8}{\log_{216} 8}$;

3) $\log_3 13\cdot\log_{13} 9$;

4) $7^{3\log_7 2}$;

5) $64\cdot\log_4\sqrt[4]{4}$;

6) $\log_4\log_9 81$;

7) $\log_8 160-\log_8 2{,}5$;

8) $13\cdot 10^{\log_{10} 2}$;

9) $\frac{65}{9^{\log_9 5}}$;

10) $\log_{\frac{1}{21}}\sqrt{21}$.

2. Решите уравнение:

1) $\log_{\frac{1}{2}}\left(8-2x\right)=-5$;

2) $\log_2\left(11-x\right)=4\cdot\log_2 5$;

3) $\log_7\left(x+7\right)=\log_7\left(2x-9\right)$;

4) $\lg 6+x\lg 5=x+\lg\left(2^x+1\right)$;

5) $\log_3\left(1+\log_2\left(1+3\log_3 x\right)\right)=1$;

6) $\log_x\left(2x^2-4x+3\right)=2$;

7) $\log_2^2\left(4x\right)+2\log_2 x-11=0$.

3. Решите неравенство:

1) $\log_{\frac{1}{2}}\left(8-2x\right)>-5$;

2) $\log_2\left(11-x\right)\le 4\cdot\log_2 5$;

3) $\log_7\left(x+7\right)\le\log_7\left(2x-9\right)$;

4) $\frac{1}{2}\log_{4+x}\left(x^2+2x+1\right)+\log_{-x-1}\left(-x^2-5x-4\right)\le 3$;

5) $\log_{x-2}\log_3\left(\frac{x+3}{x-3}\right)>\log_{\frac{1}{x-2}}\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{x-3}{x+3}\right)$.

Тригонометрические формулы

Выполнить задания по теме.

Найти значение выражения:

1) $\sin^2(43^0)+\cos^2(43^0)$;

2) $ctg\left(\pi+x\right)$;

3) $\cos\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$, $\operatorname{ctg}\alpha$, если $\sin\alpha=\frac{5}{13}$ и $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$.

4) $\cos(24^0)+\cos(5^0)+\cos(175^0)+\cos(204^0)+\cos(300^0)$;

5) $\frac{(2+2\sin x)(1-\sin x)}{(1+\cos x)(2-2\cos x)}$, если $\operatorname{ctg} x=2$.

Тригонометрические уравнения

Выполнить задания по теме.

Решите уравнение:

1) $2\cos(\pi-3x)=\sqrt{3}$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2};0\right]$;

2) $tg\left(x+\frac{3\pi}{2}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$ на отрезке $[0;\pi]$;

3) $2\cos^2 x+4\cos x=3\sin^2 x$;

4) $2\sin^2 x-5\cos x+1=0$;

5) $5-4\sin^2 x=5\cos^2 x$;

6) $\sin x-\cos x=1$;

7) $\sin x+\sin 2x+\sin 3x+\sin 4x=0$;

8) $\sin^4 x+\cos^4 x=\sin 2x-0{,}5$.

Тригонометрические функции

Выполнить задания по теме.

Построить графики функций на указанных отрезках. В ответе указать наибольшие и наименьшие значения функции на отрезке.

1) $y=2\sin\left(\frac{x+2\pi}{3}\right)$, $x\in\left[\frac{\pi}{2};2\pi\right]$;

2) $y=0{,}5\cos\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{3}\right)$, $x\in[0;2\pi]$;

3) $y=tg\left(\frac{x}{3}+\frac{\pi}{3}\right)$, $x\in\left[-2\pi;-\frac{\pi}{2}\right]$;

4) $y=ctg\left(\pi x-\frac{\pi}{4}\right)$, $x\in\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{4}\right]$;

5) $y=\sin-\cos x$, $x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

Производная и её геометрический смысл

Выполнить задания по теме.

1. Найти производную функции:

1) $y = 4x^2 + 6x^3 - \sqrt[4]{x}$;

2) $y = (5+x)^2 \cdot e^x$;

3) $y = \dfrac{x}{1-x}$;

4) $y = \cos(4x) \cdot e^{2x-8}$;

5) $y = \dfrac{\ln(2x+4)}{x}$;

6) $y = tg(2x) \cdot (x+1)$;

7) $y = \dfrac{x^2}{1+2x}$;

8) $y = 3 \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot 2^{3x-1}$;

9) $y = \dfrac{e^{2x}}{1+x}$;

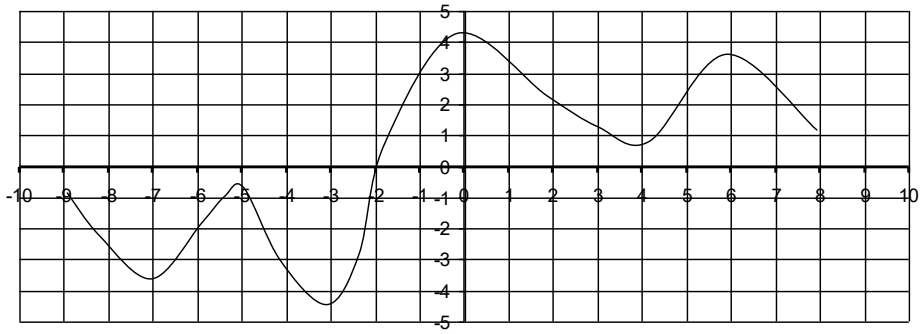
10) $y = 4x \log_3(4x)$.

2. Найти скорость движения материальной точки в момент времени $t = 1c$, если закон движения задан формулой $S = 2x^2 + 2x^3 - 1$.
3. Прямая $y = 7x + 11$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 8x + 6$. Найдите абсциссу точки касания.

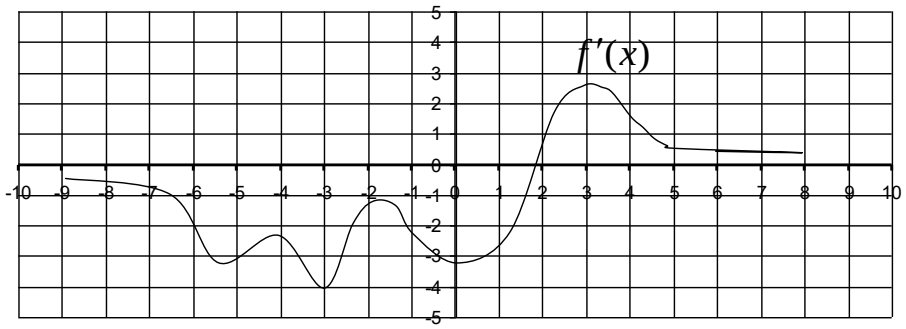
Применение производной к исследованию функций

Выполнить задания по теме.

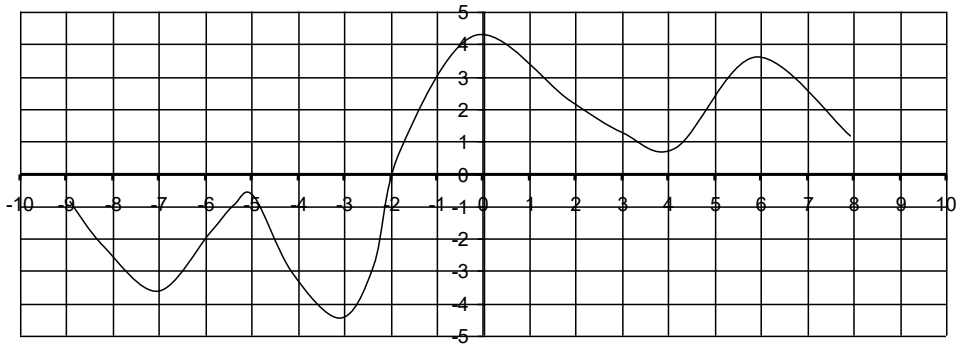
1. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $y = f(x)$ отрицательна.



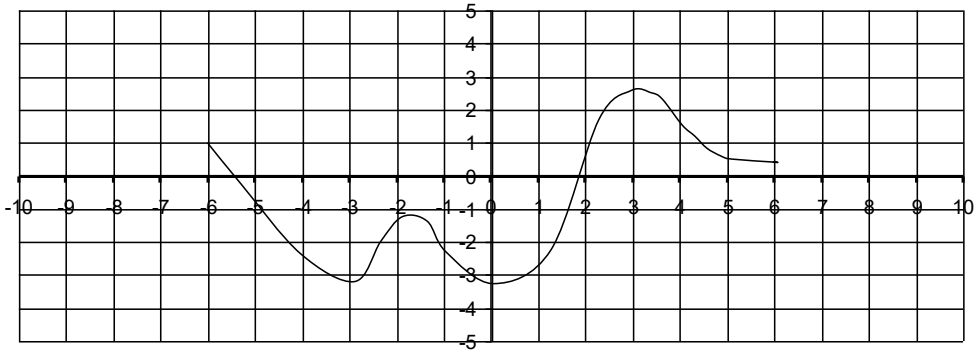
2. На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. В какой точке отрезка $[-8; 4]$ функция $y = f(x)$ принимает наименьшее значение.



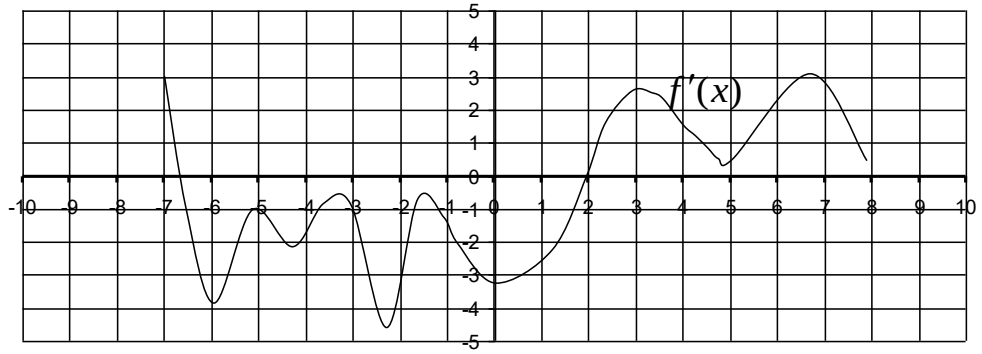
3. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $y = f(x)$ положительна.



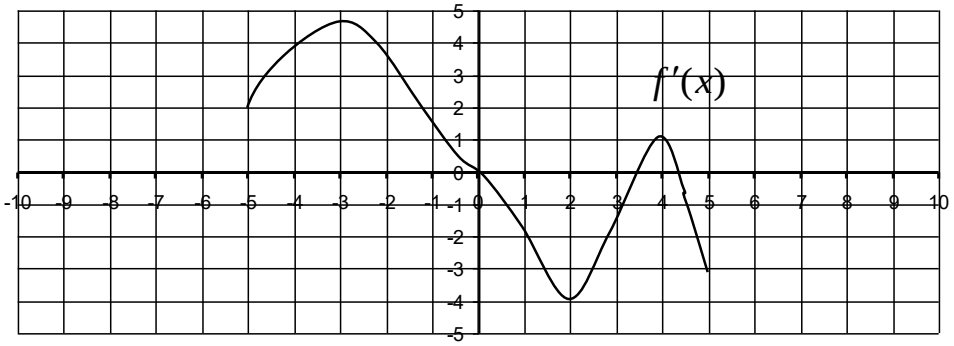
4. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 6)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -5$.



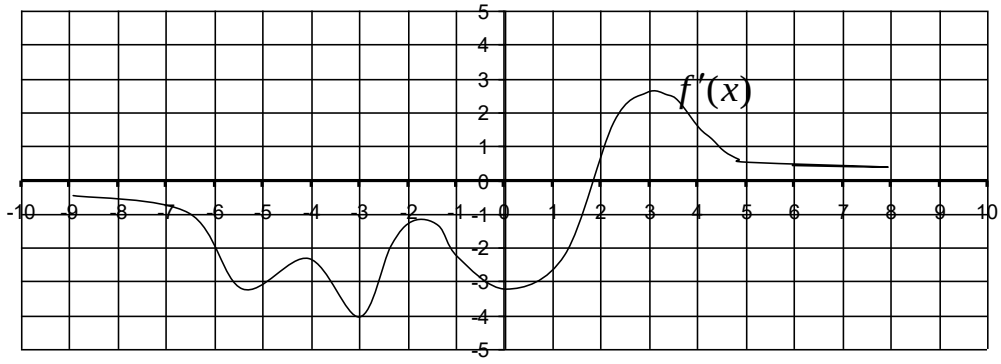
5. На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-7; 8)$. Найдите промежутки возрастания функции $y = f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



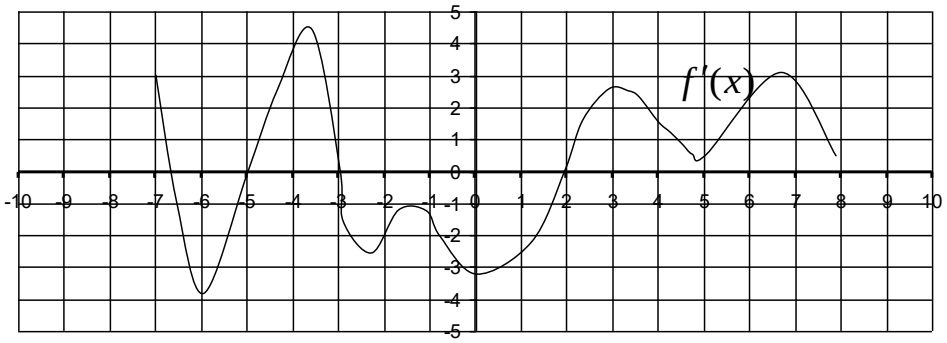
6. На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Найдите точку максимума на интервале $(-3; 3)$.



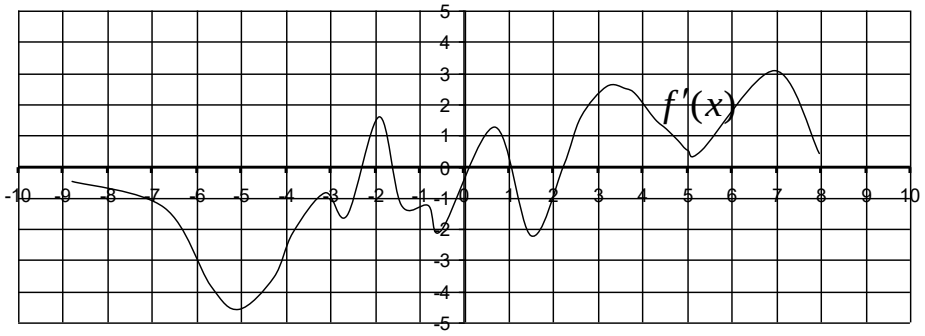
7. На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. В какой точке отрезка $[-4; 4]$ функция $y = f(x)$ принимает наибольшее значение.



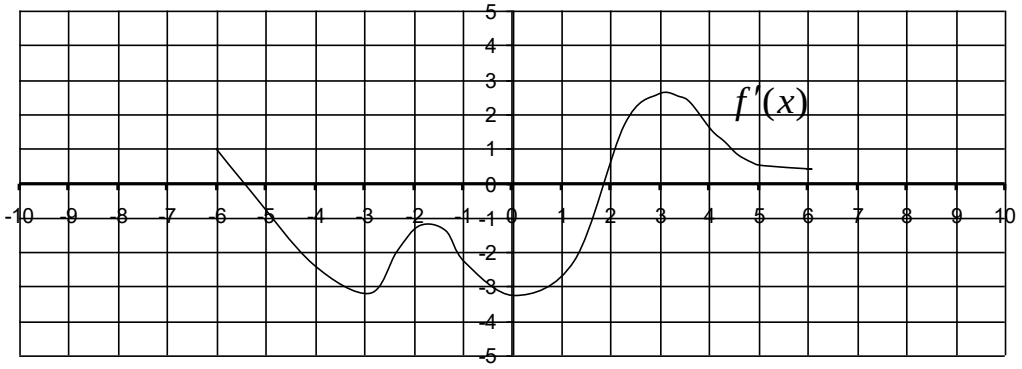
8. На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-7; 8)$. Найдите промежутки убывания функции $y = f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



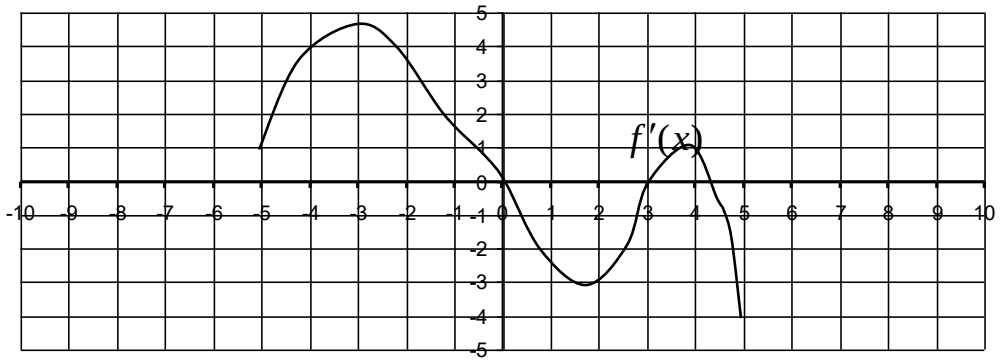
9. На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = -4x + 1$ или совпадает с ней.



10. На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 6)$. Найдите точку экстремума функции $y = f(x)$ на интервале $(-3; 3)$.



11. На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Найдите точку минимума на интервале $(-3; 4)$.



Первообразная и интеграл

Выполнить задания по теме.

1. Найти первообразную в общем виде:
   1) $f(x) = -5x^4 + 12x - 31$;
   2) $f(x) = \dfrac{4}{\sqrt{4x+1}} + \dfrac{2}{\cos^2 x}$;
   3) $f(x) = -4\sin(4x+5) - \cos(4-x)$.
2. Найти первообразную, график которой проходит через т. $A(x; y)$:
   1) $f(x) = x^3 + x - 3,\ A(1;1)$;
   2) $f(x) = \dfrac{3}{x} + \dfrac{2}{1+x},\ A(3;0)$;
   3) $f(x) = e^{5x} + \sin x,\ A(0;-2)$.
3. Вычислить неопределенные интегралы:
   1) $\int (6x^2 - 2x + 3)\,dx$;
   2) $\int 16(x+1)^3\,dx$;
   3) $\int \dfrac{x^2 + \sqrt{x} - 1}{x}\,dx$;
   4) $\int 6\sin(2x+1)\,dx$;
   5) $\int \cos(4x-3)\,dx$;
   6) $\int \left(e^x + \sqrt[3]{x} - \dfrac{3}{x}\right)dx$.
4. Вычислить определенные интегралы:
   1) $\int\limits_1^2 (8x-1)\,dx$;
   2) $\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin 2x\,dx$;
   3) $\int\limits_0^1 \dfrac{dx}{x+1}$.

5. Вычислить площади плоских фигур, ограниченных указанными линиями:

   1) $y=-x^3,\ y=-9x;$ 2) $y=x^2,\ y=4.$

Примерный вариант контрольной работы
«Первообразная и интеграл»

1. Найти первообразную в общем виде:
   a) $f(x)=16x^7+9x^3-3.$
   b) $f(x)=\dfrac{8}{\sqrt{2x+1}}-\dfrac{1}{\sin^2 x}.$
   c) $f(x)=8\cos(2-4x).$
2. Найти первообразную, график которой проходит через т. $A(x;y)$
   a) $f(x)=x^4+2x+4,\ A(1;1).$
   b) $f(x)=-\dfrac{1}{2x}+\dfrac{4}{1+2x},\ A(1;0).$
   c) $f(x)=e^{7x}+\cos x,\ A(0;-7).$
3. Вычислить неопределенные интегралы:
   a) $\int\left(24x^3-5x+5\right)dx.$
   b) $\int\dfrac{x-\sqrt{x}}{x}dx.$
   c) $\int\left(e^{2-3x}+\cos(3x+1)\right)dx.$
4. Вычислить определенные интегралы:
   a) $\int\limits_1^2\left(9x^2-1\right)dx.$
   b) $\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}4\cos 2x\,dx.$
   c) $\int\limits_0^1\dfrac{dx}{x+4}.$
5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=-x^2,\ y=-4x.$

Введение в стереометрию

Выполнить задания по теме.

1. Изобразите прямую *a*, лежащую на ней точку *A* и не лежащую на ней точку *B*.

2. Изобразите плоскость α и две пересекающиеся прямые a и b, лежащие на ней.
3. Изобразите плоскость α, лежащие на ней точки A и B, а также точки C и D, расположенные по разные стороны от плоскости α.
4. Изобразите плоскость α и пересекающую ее прямую a.
5. Изобразите плоскости α и β пересекающиеся по прямой с.
6. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Точка M лежит на ребре BB_1, N – на ребре CC_1 и K – на ребре DD_1:
   1) назовите плоскости, в которых лежат точки M и N;
   2) найдите точку пересечения прямых MN и BC. Каким свойством обладает эта точка?
   3) найдите точку пересечения прямой KN и плоскости ABC;
   4) найдите линию пересечения плоскостей MNK и ABC.

Тест по теме

1 вариант

1. Верно ли, что если концы отрезка лежат в данной плоскости, то и его середина лежит в этой плоскости?
2. Точка M не лежит в плоскости треугольника ABC, K – середина MB. Каково взаимное расположение прямых MA и CK?
   1) определить нельзя; 2) скрещиваются;
   3) параллельны; 4) совпадают;
   5) пересекаются.
3. Какие из данных утверждений являются аксиомами стереометрии? (возможно несколько ответов)
   1) через две пересекающиеся прямые проходит плоскость и притом только одна;
   2) если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости;
   3) через любые три точки, не лежащие на прямой, проходит плоскость;
   4) через прямую проходит бесконечное количество плоскостей;
   5) две плоскости не могут иметь только две общие точки;
   6) через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость и притом только одна;
   7) если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую.
4. Могут ли три прямые иметь общую точку, но не лежать в одной плоскости?
5. Выберите верное утверждение.
   1) если одна точка прямой лежит в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости;
   2) через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость, и притом только одна;
   3) через две пересекающиеся прямые плоскость провести нельзя;

4) любые две плоскости не имеют общих точек;
5) если четыре точки не лежат в одной плоскости, то какие-нибудь три из них лежат на одной прямой.

2 вариант

1. Верно ли, что если две плоскости имеют три общие точки, то эти точки лежат на одной прямой?
2. Прямая a, параллельная прямой b, пересекает плоскость α. Прямая с параллельна прямой b, тогда:
   1) прямые a и c пересекаются;
   2) прямая c лежит в плоскости α;
   3) прямые a и c скрещиваются;
   4) прямая b лежит в плоскости α;
   5) прямые a и c параллельны.
3. Какие из данных утверждений являются следствиями из аксиом стереометрии? (возможно несколько ответов)
   1) через две пересекающиеся прямые проходит плоскость и притом только одна;
   2) если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости;
   3) через любые три точки, не лежащие на прямой, проходит плоскость;
   4) через прямую проходит бесконечное количество плоскостей;
   5) две плоскости не могут иметь только две общие точки;
   6) через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость и притом только одна;
   7) если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую.
4. Верно ли, что если три данные точки лежат в каждой из двух различных плоскостей, то они лежат на одной прямой?
5. Назовите общую прямую плоскостей AFD и DEF.
   1) AD; 2) DE; 3) определить нельзя; 4) DF; 5) AF.

Параллельность прямых и плоскостей

Выполнить задания по теме.

1. $ABCD$ – тетраэдр, M – середина AC, $DB = 6$, $MD = 10$, угол $DBM = 90^0$. Постройте: сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через середину DC параллельно плоскости (DMB). Найдите: Sсеч.
2. Все грани параллелепипеда – прямоугольники, $AD = 4$, $DC = 8$, $CC_1 = 6$, M – середина DC. Постройте: сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через M и параллельной (AB_1C_1). Найти: Pсеч.
3. Через точку M, лежащую между параллельными плоскостями α и β, проведены прямые a и b**.** Прямая a пересекает плоскости в точках A_1 и B_1 соответственно, а прямая b в точках A_2 и B_2. Вычислите длину отрезка указанного в соответствующем варианте.

№ варианта	Найти	Если		Ответ
1	MB_2	A_1A_2: B_1B_2=3:5	A_2B_2=16 *см*	MB_2= 6 *см*
2	A_1A_2	A_1B_1: A_1M=7:2	B_1B_2=10 *см*	A_1A_2= 4 *см*
3	MB_2 MA_1	A_1A_2: B_1B_2=3:4	A_1B_1=7 *м*	MB_2=16 *м* MA_1=3 *м*
4	MA_1	MB_2: MA_2=3:1	A_1B_1=6 *см*	MA_1= 1,5 *см*
5	MA_1	A_1A_2: B_1B_2=5:3	A_1B_1=16 *дм*	MA_1= 10 *дм*
6	B_1B_2	A_1A_2: MA_2=5:2	A_1A_2=12 *см*	B_1B_2= 8 *см*
7	A_1A_2	MA_1: A_1B_1=3:5	B_1B_2=6 *м*	A_1A_2= 9 *м*
8	A_1B_1	A_1A_2: B_1B_2=2:3	MA_1=5 *см*	A_1B_1= 12,5 *см*
9	A_1M	A_1A_2: B_1B_2=2:3	A_1B_1=8 *см*	A_1M= 3,2 *см*
11	A_1M	A_2B_2: MB_2=4:3	MB_1=3,9 *м*	A_1M= 1,3 *м*
12	A_1M	MB_2:MA_2=3:2	A_1B_1=4 *дм*	A_1B_1= 1,6 *дм*

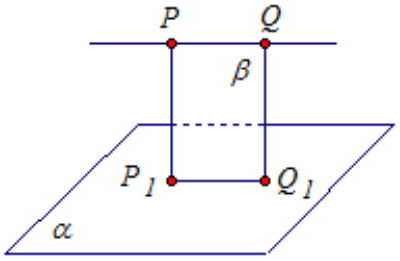
4. Даны две параллельные плоскости α и β. Через точки A и B плоскости α проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость β в точках A_1 и B_1. Найдите A_1B_1, если AB=m.

№ варианта	Если AB= m	Ответ
1	5 *см*	5 *см*
2	10 *см*	10 *см*
3	12,5 *см*	12,5 *см*
4	9,7 *см*	9,7 *см*
5	11,3 *см*	11,3 *см*
6	6,4 *см*	6,4 *см*
7	15 *см*	15 *см*
8	23,1 *см*	23,1 *см*
9	14,7 *см*	14,7 *см*
10	7 *см*	7 *см*

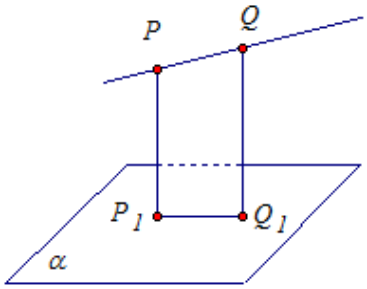
Перпендикулярность прямых и плоскостей

Выполнить задания по теме.

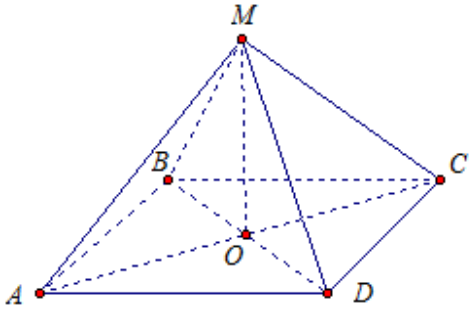
1. Прямая PQ параллельна плоскости α. Через точки P и Q проведены прямые, перпендикулярные к плоскости α, которые пересекают эту плоскость соответственно в точках P_1 и Q_1. Докажите, что $PQ = P_1Q_1$.



2. Через точки P и Q прямой PQ проведены прямые, перпендикулярные плоскости α и пересекающие ее соответственно в точках P_1 и Q_1. Найдите P_1Q_1, если PQ = 15 *см*., PP_1 = 21,5 *см*., QQ_1 = 33,5 *см*.



3. Четырехугольник $ABCD$ – квадрат. Точка O его центр. Прямая OM перпендикулярна к плоскости квадрата. *а*) Докажите, что $MA = MB = MC = MD$; *б*) Найдите MA, если AB = 4 *см*. OM = 1 *см*.
4. Дано: $ABCD$ – квадрат, O – центр квадрата, $OM \perp ABC$, AB = 4 *см*, OM = 1 *см*. Доказать: $MA = MB = MC = MD$. Найти: MA



Многогранники

Выполнить задания по теме.

1. Укажите число плоскостей симметрии у правильной треугольной призмы.
2. Докажите, что число вершин любой призмы четно, а число ребер кратно трем.

Векторы в пространстве

Выполнить задания по теме.

1. Даны координаты точек *А* (-3; 2; -1), *В* (2; -1;-3), *С* (1; -4; 3), *Д* (-1; 2; -2). Найдите |2*АВ*+3*СД*|.
2. При каком значении *n* данные векторы перпендикулярны: $\vec{a}$ (2; -1;3) и $\vec{b}$ (1;3; *n*)?
3. Вычислите координаты вектора $2\vec{a}+3\vec{b}+\vec{c}$ по координатам векторов: $\vec{a}$ (3;1; 1), $\vec{b}$ (-2;0;2) и $\vec{c}$ (1;-1;0).
4. При каких значениях *x* и *y* векторы $\vec{a}$ (*x*;-2;5) и $\vec{b}$ (1;*y*;-3) коллинеарные?
5. Вычислите длину вектора $2\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$, если $\vec{a}$ (3;1; 1), $\vec{b}$ (-2;0;2) и $\vec{c}$ (1;-1;0).
6. Найдите длину большей диагонали параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ (3;-3;-2) и $\vec{b}$ 1;2;-1).
7. Вершины треугольника *АВС* имеют координаты *А*(-2;0;1), *В*(-1;2;3) и *С*(8;-4;9). Найдите координаты вектора *ВМ*, если *ВМ* медиана треугольника *АВС*.
8. Вычислите длину вектора $\vec{b}=2\vec{i}+\vec{j}-3\vec{k}$.
9. В параллелограмме *АВСД* заданы *АВ*(-4;-4;-2), *СВ*(-3;-6;1) и *А*(3;8;-5). Найдите сумму координат точки пересечения диагоналей.
10. Даны три точки *А*(1;0;1), *В*(-1;1;2) и *С*(0;2;-1). Найдите точку *Д*(*x*;*y*;*z*), если векторы *АВ* и *СД* равны.
11. Даны три точки: *А*(1;0;1), *В*(-1;1;2), *С*(0;2;-1). Найдите на оси *Oz* такую точку *D*(0;0;*c*), чтобы векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ были перпендикулярны.

Метод координат в пространстве

Выполнить задания по теме.

1. Даны координаты точек *С* (3; -2; 1), *D* (-1; 2; 1), *М* (2; -3;3), *N* (-1; 1; -2). Найдите косинус угла между векторами $\overrightarrow{CD}$ и $\overrightarrow{MN}$.
2. Вычислите угол между векторами $\vec{a}$ (2; -2; 0) и $\vec{b}$ (3; 0; -3).
3. Вычислите значение *k* , при котором скалярное произведение векторов $\vec{a}$ (2;*k*;-1) и $\vec{b}$ (3; -1; 2k) равно (-5).
4. Вычислите $\vec{a}\vec{b}+\vec{b}\vec{c}+\vec{a}\vec{c}$, если, $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=0$ и $|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{c}|=1$.

Цилиндр. Конус. Шар

Выполнить задания по теме.

1. Высота конуса равна 10, диаметр основания равен 48. Найдите образующую.
2. Высота конуса равна 6, образующая – 10. Найдите диаметр основания конуса.

3. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 72π, а высота – 8. Найдите диаметр основания.
4. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 96π, диаметр основания – 8. Найдите высоту цилиндра.
5. Площадь большого круга шара равна 3. Найдите площадь поверхности шара.
6. Дано два шара. Радиус первого шара в 2 раза больше радиуса второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?
7. Радиусы двух шаров равны 6 и 8. Найдите радиус шара, площадь поверхности которого равна сумме площадей поверхностей двух данных шаров.

Объёмы тел

Выполнить задания по теме.

1. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ медианы основания пересекаются в точке K. Объем пирамиды равен 42, $SK = 18$. Найдите площадь треугольника ABC.
2. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ медианы основания пересекаются в точке K. Объем пирамиды равен 88, площадь треугольника ABC равна 11. Найдите SK.
3. Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту. Вычислите объем цилиндра, если объём конуса равен 10.
4. Сторона основания правильной треугольной призмы равна 3, а высота – 5. Вычислите объём призмы.
5. Сторона основания правильной треугольной призмы равна 2, а высота – 4. Вычислите объём призмы.
6. Объем конуса равен 16π $см^3$, а его высота 3 *см*. Найдите площадь боковой поверхности конуса.
7. Площадь боковой поверхности конуса равна 20, а его образующая 5 *см*. Найдите объем конуса.
8. Основание прямой призмы прямоугольный треугольник с гипотенузой 10 *см* и острым углом 30^0. Диагональ боковой грани, содержащей катет противолежащий данному углу, равна 13 см. Найдите объем призмы.
9. Основание прямой призмы прямоугольный треугольник с катетом 3 *см* и прилежащим углом 60^0. Диагональ боковой грани, содержащей гипотенузу треугольника, 10 *см*. Найдите объем призмы.

Примерный вариант контрольной работы
«Объемы многогранников и тел вращения»

1. Диагональ куба равна $\sqrt{12}$ *см*. Найдите его объем.

ИЛИ

Объем куба равен 64 $см^3$. Найдите его диагональ.

ИЛИ

Образующая конуса, равная 12 *см*, наклонена к плоскости основания под углом 30^0. Найдите объём конуса.

ИЛИ

Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2 *м,* 3 *м*. Объем параллелепипеда равен 36 $м^3$. Найдите его диагональ.

2. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2, 4. Диагональ параллелепипеда равна 6. Найдите объем параллелепипеда.

ИЛИ

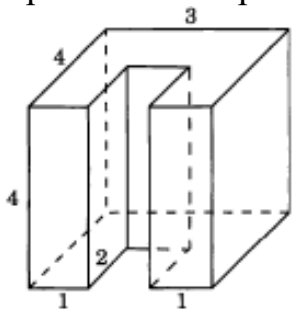
Найдите радиус основания конуса, если его высота 3 *см*, а объем $2,25\pi$ $см^3$.

ИЛИ

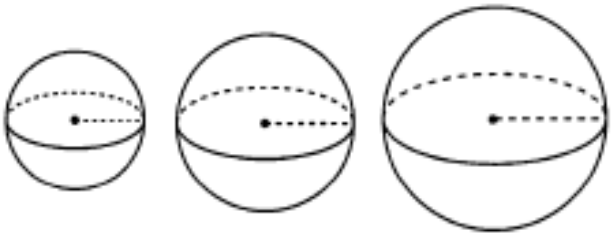
Найдите высоту конуса, если его объем 48π *см3*, а радиус основания 4 *см*.

ИЛИ

Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые. Размеры на рис. даны в *см*.

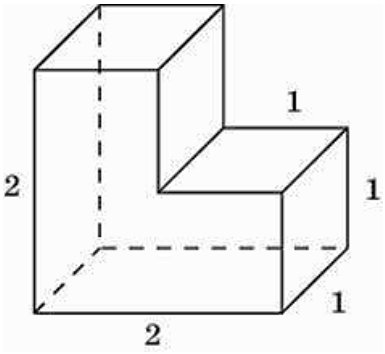


3. Радиусы трех шаров равны 3 *см,* 4 *см* и 5 *см*. Найдите радиус шара, объем которого равен сумме их объемов.



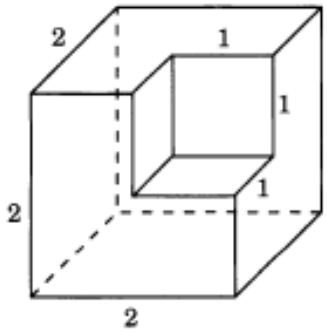
ИЛИ

Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые. Размеры на *рис*. даны в *см*.



ИЛИ

Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые. Размеры на рис. даны в *см*.



ИЛИ

Найдите объем конуса, если его высота 3 *см*, а радиус основания 1,5 *см*.

4. Какое количество нефти (в тоннах) вмещает цилиндрическая цистерна диаметром 18 *м* и высотой 7 *м*, если плотность нефти равна 0,85 *г*/*см*^{3}.

ИЛИ

Найдите объем пирамиды, высота которой равна 6 *см*, а основание – прямоугольник со сторонами 3 *см* и 4 *см*.

ИЛИ

Найдите площадь поверхности шара и его объем, если радиус шара равен 4 *см*.

ИЛИ

Найдите высоту цилиндра, если его объем равен 24π *см*^{3}, а радиус основания $\sqrt{2}$ *см*.

5. Найдите высоту конуса, если его объем 48π *см*^{3}, а радиус основания 4 *см*.

ИЛИ

Объем шара равен 288π. Найдите площадь его поверхности.

ИЛИ

Найдите радиус основания цилиндра, если его объем равен 120 *см*^{3}, а высота 3,6 *см*.

ИЛИ

Найдите радиус шара и площадь поверхности шара, если его объем равен 113,04 *см*^{3}.

Литература

1. **Основная литература**

1. Алимов, Ш. А. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учебник для общеобразовательных организаций [Текст] : базовый и углубленный уровни / Ш. А. Алимов, Ю. К. Колягин, М. В. Ткачева и др. – 4-е изд. – М. : Просвещение, 2018. – 463 с.
2. Атанасян, Л. С. Геометрия 10-11 классы [Текст] : учебник для общеобразовательных организаций : базовый и углубленный уровни / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др. – 4-е изд. – М. : Просвещение, 2018. – 255 с.

2. **Дополнительная литература**

3. Богомолов, Н. В. Алгебра и начала анализа [Текст] : учебное пособие для СПО / Н. В. Богомолов. – М. : Юрайт, 2017. – 200 с.

3. Интернет-ресурсы

4. Российская электронная школа (https://resh.edu.ru/)
5. Открытый колледж (https://college.ru/matematika/)
6. Портал Math.ru (http://www.math.ru/)
7. Открытый банк заданий ЕГЭ ФИПИ (https://fipi.ru/ege)